

Bajka Matematyczna 1

Za siedmioma maksimumami funkcji "sinus", za jedenastoma minimumami funkcji "cosinus" żyły sobie trzy wektory: Alfa Jeden, Alfa Dwa i Alfa Trzy. Żaden z nich nie był ortogonalny do swoich braci i żaden nie wydłużał się ponad miarę. Żyli pracowicie, cicho i skromnie, służąc wiernie panu swemu - Wyznacznikowi. Od świtu do nocy przesuwali bracia linie proste, obliczali iloczyny skalarne i kąty nachylenia, podpierali okręgi w ich punktach styczności i wystawiali swoje grzbiety prostopadle do różnych krzywych, które zadawał im ekonom, bezlitosny Minor. Pomimo to byli szczęśliwi. W wolnych chwilach uprawiali swoje własne, styczne do chatki, pole wektorowe - a choć skromne to było poletko (trochę snopów koherentnych, nieco liści Kartezjusza, dwa czy trzy ślimaki Pascala), przecie nie narzekali na swój wektorowy los. Ale niedługo trwało szczęście braci.

"Obróćę płaszczyznę o kąt φ i przyrównam każdemu jedną współrzędną do zera" - zagroził Minor. A jakże to żyć wektorowi na płaszczyźnie z jedną tylko współrzędną? Zmartwili się bracia i postanowili uciec od Wyznacza i jego Minora tam, gdzie znajdą dogodny i prawy układ współrzędnych. Pokłonili się starej Macierzy, podjęli ją za kolumny, po raz ostatni obejrzeni się na swoje, teraz już zdegenerowane pole wektorowe, zaczerpnęli potencjału ze studni i poszli po trajektorii przed siebie. Idą, ida, idą - rodzinna chatynka widnieje na horyzoncie już pod kątem mniejszym niż epsilon (a trzeba ci wiedzieć, że dawniej nie takie epsilon bywały, jak dziś) - aż tu nagle strumyk paraboliczny przed nimi się modrzy i akurat zmienia znak pochodnej. "Ech, połowić by rybki-skalary" westchnął Alfa Jeden. "A czemu nie?" - zgodzili się bracia. Z punktu brzegowego zarzucili do wody sieć, skonstruowaną uprzednio w misterny sposób za pomocą cyrkla i linijki. Ciagną, patrzą, oczom nie wierzą: w sieci pi-ryba trzepocze, ludzkim głosem przemawia: "Wypuście mnie, milency moi, a ja się wam odwdzięczę". Wypuścili bracia pi-rybę na wolność i idą dalej. Patrzą, a przy drodze mały Argument leży. Próbuje się podnieść do kwadratu, ale że schudł już bardzo i jest mniejszy od 1, więc co pomnoży się przez siebie, to staje się jeszcze mniejszy. Ulitowali się nad nim bracia, dodali do niego 1 i dopiero potem podnieśli do kwadratu, potem jeszcze raz i jeszcze raz. Wzrósł Argument i powiada "Dziękuję wam pięknie. Idźcie swoją drogą, a ja jeszcze się wam przydam".

Nie zdążyli bracia ani 2^{-n} mili przejść, patrzą, stoi przy drodze chatka na kurzej łąpce. "Hej chatko, chatko, odwróć się do nas plusem, do lasu minusem"- wołają. Zakotyła się chatka, odwróciła. Otworzył się drzwi. Weszli bracia i dusza im się raduje. Stoi pod piecem stół, wszelkim jadłem zastawiony. Podjedli bracia, odpoczęli, potem znów pojedli i znów odpoczęli, następnie trzeci, czwarty, ... n-ty raz pojedli i odpoczęli. Już, już mieli przejść z n do granicy, a tu nagle zza pieca wychodzi stwór kosmaty: jakby kwantyfikator, ale czy on ogólny, czy szczególny - nie odróżnisz. "Bracia, bracia, ratujcie mnie. Już pół życia siedzę tu pod władzą czarownika de Morgana za to, że odmawiałem zaprzeczenia implikacji."

Wzruszyli się bracia losem Kwantyfikatora i zabrali go ze sobą. Idą wesoło przed siebie. Obejrzeni się. Leci po niebie strzała. Uderzyła o ziemię, schowała ostrze, wygięła się złowrogo i zmieniła się w śliski, ohydny znak negacji. "Uciekajmy co sił w nogach - wykrzyknął Kwantyfikator - bo nas tu wszystkich zaneguje". Puścili się bracia pędem, uciekli de Morganowi. Bajka przedzie się kołem, rzecz się toczy z mozołem. Długo trwało, zanim ujrzeli bracia przed sobą mury prastarego grodu Trygonoma, który jeszcze car Heron wybudował. I rosły przed braćmi mury Trygonoma tak, jak rośnie wykres funkcji $y = 1/x$ przy

x dążącym do zera z prawej strony. I rozbiegały się z trzech wież Trygonomu promienie złociste tak, jak są rozbieżne sumy częściowe szeregu harmonicznego $1+1/2+1/3+1/4+1/5+\dots$. Zaszli bracia do gospody "Pod Pierwiastkiem", pogadali z karczmarką, grubą Sigmą. Opowiedziała ona o wielkim nieszczęściu, jakie przed laty nawiedziło prastary Trygonom.

Panował był w Trygonomie teraz już stary i siwiuteńki książę Tangens wraz ze swą piękną niegdyś małżonką Tangensoidą. Mieli przed laty śliczną córeczkę Asymptotę, ukochaną obojga księstwa i ludu. Miała być podporą dla rodziców na stare lata, gdy już blisko im będzie do nieskonczoności. Aliści zdarzyła się rzecz straszna. Na uroczyste nadanie kierunku Asymptocie nie zaproszono starej wróżki Transpozycji. Była to zła wróżka i prawdę powiedziawszy, nikt jej w księstwie nie lubił, a i ona stroniła od ludzi. Jednak, gdy dowiedziała się, że nie została elementem zbioru gości, z zemsty wyrzekła przepowiednię, że gdy księżniczka dojdzie do lat siedemnastu, porwie ją de Morgan. Nie bali się tej wróżby Tangens i Tangensoida. Wyznawali bowiem logikę wielowarstwową i nie przypisywali przepowiedni Transpozycji żadnej dodatniej wartości. Na dowód tego w dniu 17-tych urodzin Asymptoty wyprawiono wielki bal. Nie było równego mu balu ani przedtem, ani potem w całym obszarze ciągłości Tangensa. Młody lokaj Gauss, świeżo ukończywszy dowód konstrukcji, pięknie przystroił sale balowe siedemnastokątami foremnymi. Przybyły na bal wszystkie pokrewne funkcje trygonometryczne i hiperboliczne, książęta dx i dy , a nawet stary dziwak Area-Cosinus Hiperboliczny, którego nikt nigdy bez krzywej łańcuchowej nie widział. Kto chciał, tańczył, kto nie chciał, to robił co innego, bo kraj był demokratyczny. Starsi wspominali czasy, gdy jeszcze wzrastali i mieli dodatnią pochodną, średni wiekiem robili analizę harmoniczną swoim towarzyszkom, nieprzeliczalna służba na każde skinienie różniczkowała gościom jadło i napitki. W zacisznych kąciakach młodzi całkowali się ukradkiem po dt, ale zanadto się z tym nie kryli. Książę bowiem rozumiał młodzież i niejedna młoda wypukła funkcja znalazła na jego dworze styczność drugiego rzędu z jakimś przystojnym i silnie zbieżnym funkcjonalem. Nagły podmuch zgasił wszystkie świece, wśród gości pojawiły się zbiory rozmyte, a gdy fagasi wnieśli nowe punktowe źródła światła, okazało się, że wśród uczestników balu nie ma już Asymptoty-krasawicy. Wykazano wnet (indukcyjnie, ze względu na liczbę obecnych na sali gości), że porwał ją de Morgan, zaprzeczając rozkazom księcia i warunkom wejścia na bal. Tak oto spełniła się przepowiednia wróżki Transpozycji.

Od tej pory smutek zapanował w całym grodzie. Nikt nie rozwija się w szereg, nie całkuje i nie mnoży. Młode Różniczki dawno już zmieniły się w stare Różnice, mało które zmieniły znak z - na +. Po bokach trójkątów grasują zdziczałe kąty i nie zawsze staremu wiernemu hajdukowi Euklidesowi uda się je zsumować do 180 stopni. Głęboko zapadła braciom w dusze opowieść Sigmy i postanowili wyzwolić z rak de Morgana nadobną Asymptotę. Udali się najpierw do wróża Bezouta.

*Siedzi Bezout za stołem,
pierwiastki liczy kołem,
gdy nie masz "u", kolego,
nie przychodź do niego.*

Przyniesli bracia cztery nie trywialne pierwiastki, wręczają Bezoutowi i pytają, jak im pokonać de Morgana. "Trudna to sprawa - odrzecz Bezout. - Więzi on wiele kwantyfikatorów i pokonać go tylko możecie śmiało omijając prawo wyłączonego środka. Ale oto ciemnieje moja kryształowa pseudosfera: znak, że uda się wasze przedsięwzięcie. "

Podziękowali bracia Bezoutowi, dodali jeszcze trzy pierwiastki (niezwyczajne, kwadratowe) i stoczyli się po linii najmniejszego spadku z murów Trygonoma. Kwantyfikator został

barmanem pod pierwiastkiem, a Alfa Jeden, Alfa Dwa i Alfa Trzy poszli po gradiencie w kierunku widniejącego lasu, tak gęstego, jak liczby wymierne po prostej. Jak tu przejść? Ale oto machnął jeden brat przekrojem Dedekinda, machnął drugi, potem trzeci: skonstruowali bracia liczbę niewymierną $2^{\sqrt{2}}$ i przeszli przez las. Wnet zagroził im droge potok wypełniony cieczą nieściśliwą i nielepką. Niezwyczajny to potok - pełen turbulentnych wirów i punktów osobliwych. "Co robić? - dumają bracia. - Gdybyż mieć chociaż spiralę logarytmiczną!". Ale któż to pyszczek z wody wystawia? Pi-ryba. Przewiozła braci, jednego po drugim, na drugą stronę. Pokłonili się jej bracia w pas i poszli dalej, bo już było widać ogromną górę Moduł a na niej zamek de Morgana. Doszli bracia pod samą górę i zmartwili się. Bo, wprowadzie do zamku droga prosta, stopnie zapraszają do wejścia, ale co to za stopnie? - śliskie jak lód, gładkie tak, że co postawisz nogę na jednym to spadasz na drugi, próbują bracia i próbują, ale nawet na pierwszy stopień nie weszli. Nagle jak spod ziemi wyrasta Argument - ten, którego kiedyś od zniknięcia uratowali. Podstawił się Argument do zmiennej niezależnej, zaburzył współczynniki przy równaniach schodów, zmniejszył gładkość i weszli bracia na górę. Ale do samego zamku jeszcze długa droga. Wejścia pilnuje pies Boole-dog, sierść na nim jeży się jak wykres funkcji $y = \sin 1/x$, szczyrzy zęby i warczy. Za Zapisem Peauceliera stoi: kto psa pokona, wnet go Inwersor w środek inwersji postawi i za płaszczyznę wyrzuci. Nie stracili głowy bracia. Sinus $1/x$ przez x pomnożyli i go w zerze uciagli. Potem owinęli się wstęgą Mobiusa i czekają. Zabrał się Inwersor do odwracania wstęgi Mobiusa, ale że jest to powierzchnia jednostronna, nic się braciom nie stało. Wychodzi na to sam de Morgan z suka Negacją, operatorem Minusem i starym czarownikiem Tercjanem. Wektorem znaki pozamieniać chce, od poprzednich wartości odjąć i tak to przyrównać braci do zera. Pobledli bracia, "Juz po nas - myślą. - Już nie ujrzymy starej Macierzy". I stało by się tak, gdyby nie Kwantyfikator "Istnieje Iks", który w samą porę przybiegł z Trygonomu, jeszcze w fartuchu barmana. Zagryzł Negację, stał się kwantyfikatorem "Istnieje Iks Taki, Że Nieprawda Że Igrep" i zaczął przekształcać de Morgana, a bracia pomagają mu z drugiej strony. Rachunki logiczne przeprowadzają, a z prawa wyłączono środka nie korzystają. "Tertium non datur" - woła de Morgan, ale Tercjan nie słyszy. Upadł de Morgan. Już po nim. Otworzyli bracia de Morganowe nawiasy i zaraz ukazała im się długa linia prosta, w której natychmiast rozpoznali księżniczkę Asymptotę. Wkrótce nadjechał i sam Tangens. Wziął córkę w ramiona i rzekł braciom: "Mam ją tylko jedną, a was jest trzech. Niech najstarszy weźmie ją za żonę. Dam mu dogodne współrzędne: dwakroć $\frac{\pi}{2}$ i grupę Translacji w dziedziczne władanie".

Nie minęło e niedziel, a w Trygonomie odbył się huczny ślub, po którym nastąpiło skromne wesele. Byli na nim obecni wszyscy bracia: Alfa Jeden, Alfa Dwa i Alfa Trzy. Przybył (uszlachcony przez Tangensa) Argument w kokilce ciągnionej przez kare bułanki. Pi-ryba wystąpiła w przepięknej galarecie z jarmuzem i bedłkami, a piwo gościom rozlewał sam Kwantyfikator, obecnie już właściciel zajazdu "U z daszkiem". Nie musieli długo czekać księstwo. Alfa Jeden podzielał sobą na księżniczkę Asymptotę (teraz już swoją żonę $x=\frac{\pi}{2}$) tak, że na płaszczyźnie pojawiły się wkrótce w regularnych odstępach nowe asymptoty, a stary Tangens i Tangensoida mogli wreszcie spokojnie przejść do nieskończoności.